سازمان مديريت صنعتي

(Industrial Management Institute)

پروژه عملي

كاربرد برنامه ريزي رياضي در تصميم گيري

موضوع مطالعاتي ۳ : برنامه ريزي جهت بهينه سازي قاب ساختماني

راهنما : دكتر سهيل سعدي نژاد

تكميل و تنظيم : محمد حسين لطف اله همداني

تهيه كننده :

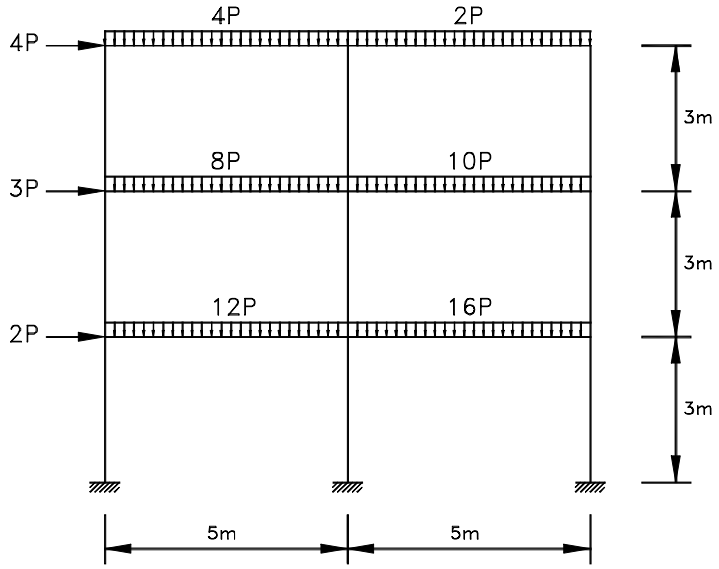
امير فتوحي

زمستان۱۳۸۰

برنامه ريزي جهت بهينه سازي قاب ساختماني

۱ - طرح مسئله :

يك شركت ساختماني سفارش طراحي و ساخت قاب ساختماني را دريافت كرده است. قاب سه طبقة و دو دهانة زير با گره‌هاي صلب كـه پـاي ستونهايش گيردار است يكي از چهار قاب ساختمان مورد طراحي مي‌باشد. كارشناسان اين شركت بايد با توجه به فرض‌هـاي معمـول در تئـوري پلاستيك سازه‌ها و با رعايت ضوابط آئين نامه اي و محدوديت هاي اجرائي، طوري آن را طراحي نمايند كه در برابـر بارهـاي نـشان داده شـده در شكل زير، حداقل وزن را داشته باشد. بنابراين براي بهينه سازي اين مسئله از مدل برنامه ريزي خطي استفاده شده است.



۲- مفروضات و محدوديت هاي مسئله :

مفروضات مسئله

۱) ضوابط آئين‌نامه‌اي :

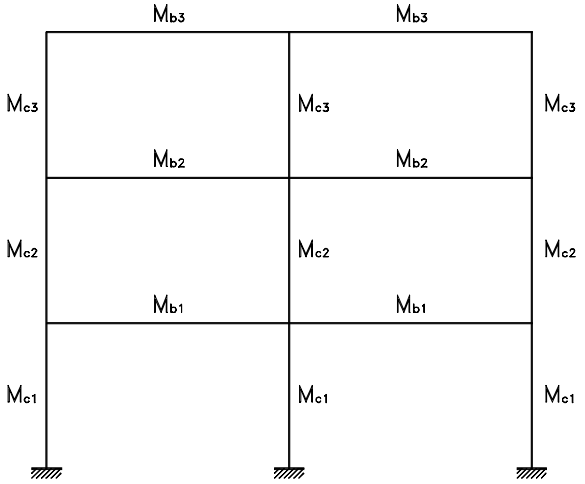
طبق ضوابط موجود در طرح پلاستيك سازه‌ها مفصل پلاستيك تا حد امكان مي‌بايستي برروي تيرها ايجاد گردد و ستونها نبايـد دچـار مفـصل پلاستيك شوند، از طرفي طبق فلسفة تير ضعيف و ستون قوي، ممان پلاستيك ستونها حداقل بايـد دو برابـر ممـان پلاسـتيك تيرهـا باشـند تـا ضوابط طرح پلاستيك نيز ارضاء گردد.

۲) مسائل اجرائي :

به منظور عملي بودن اجراء، مي‌بايستي پروفيل‌هاي انتخابي از پائين به بالا ضعيف‌تر گردند. به عنوان مثال ستونهاي طبقة دوم نمي‌تواند قوي‌تر از ستونهاي طبقة اول انتخاب گردند.

توضيح :

فرض مي‌كنيم كه وزن هر المان قاب متناسب با حاصلضرب لنگر پلاستيك آن المان در طول آن باشد. پس مسئله عبارت خواهد بـود از يـافتن لنگرهاي پلاستيك تيرها و ستونها در طبقات بگونه‌اي كه منجر به حداقل شدن وزن قاب گردد.



که متغيرهاي نشان داده شده در شكل بالا به ترتيب عبارتند از :

ممان پلاستيك ستونهاي طبقة اول	M_{C1}
ممان پلاستيك ستونهاي طبقة دوم	M_{C2}
ممان پلاستيك ستونهاي طبقة سوم	M_{C3}
ممان پلاستيك تيــرهاي طبقة اول	M_{b1}
ممان پلاستيك تيــرهاي طبقة دوم	M_{b2}
ممان پلاستيك تيــرهاي طبقة سوم	M_{b3}

با توجه به اينكه فرض كرده‌ايم كه وزن هر المان قاب با حاصلضرب لنگر پلاستيك آن در طولش نسبت مستقيم دارد، بنابراين هـدف بـه حـداقل رساندن وزن قاب است.
از آنجاكه طول ستونها در هر طبقه برابر ۳ متر و طول تيرها برابر ۵ متر مي‌باشد، وزن ستونهاي هرطبقه از ضرب عدد ۳ در لنگر پلاستيك آنها و وزن تيرهاي هرطبقه از ضرب عدد ۵ در لنگر پلاستيك تيرها حاصل مي‌گردد. پس تابع هدف را مي‌توان به صورت زير بيان كرد :

$$Minimize\ \ Z = 3\times(M_{C1}+M_{C2}+M_{C3}) + 5\times(M_{b1}+M_{b2}+M_{b3})$$

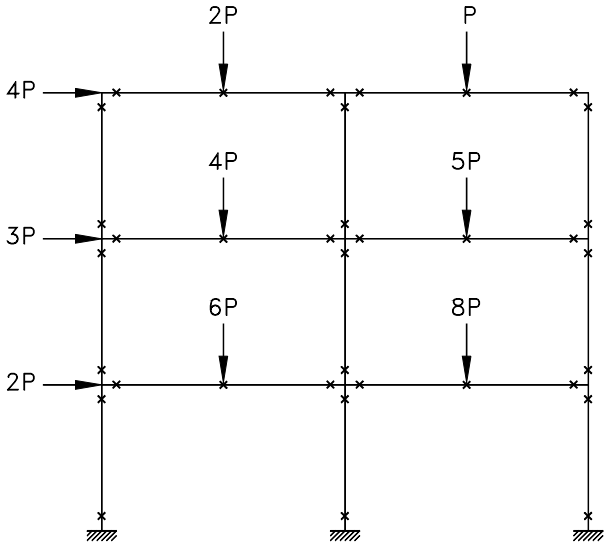
اينكه قاب سالم باشد يا اينكه در آستانة تخريب قرار داشته باشد، بستگي دارد به اين كه :

كار خارجي انجام شده توسط بارهاي وارده ≥ كار داخلي انجام شده توسط لنگرها برروي مفاصل پلاستيك

$$W_i \geq W_e$$

اگر W_i (كار داخلي) بزرگتر باشد مكانيزم اتفاق نخواهد افتاد و اگر W_e (كار خارجي) بزرگتر باشد بيانگر اينست كه نيروهـاي ثقلـي و جـانبي آنقدر زياد بوده‌اند كه منجر به وقوع مكانيزم شده‌اند. هدف ما اينجا اينست كه در هيچ حالتي مكانيزم صورت نگيـرد و مقـاطع بگونـه‌اي انتخـاب گردند كه كار داخلي بيشتر از كار خارجي باشد.
حال با توجه به اينكه لنگر خمشي ماكزيمم براي يك تير ساده تحت اثر بارگسترده، برابر $\frac{Wl}{8}$ مي‌باشد، مقدار متناظر با آن براي يك بار متمركـز برابر $\frac{Wl}{4}$ خواهد بود. بنابراين هر كدام از بارهاي گستردة يكنواخت را مي‌توان با يك بار متمركز در وسط تير به بزرگي نصف مقدار آن جـايگزين

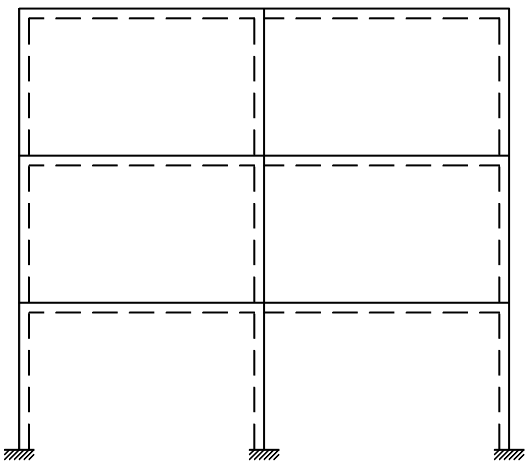
كرد، بطوريكه لنگر خمشي در مقطع تير همان لنگر مربوط به بارگسترده باشد. بنابراين قاب مورد نظر با بارهاي زير مورد تحليل قرار خواهد گرفت.



قاب فوق داراي مشخصات زير مي‌باشد :

۳٦ مقطع بحراني	(روي هر تير ۳ مقطع و روي هر ستون ۲ مقطع)
۱۸ درجه نامعيني استاتيكي	(به ازاء هر حلقه بسته ۳ درجه نامعيني)
۱۸ مكانيزم مستقل	(۳ مكانيزم حركت جانبي + ٦ مكانيزم تير + ۹ مكانيزم گره)
۹ مكانيزم حقيقي	(۳ مكانيزم حركت جانبي + ٦ مكانيزم تير)
۹ گره	

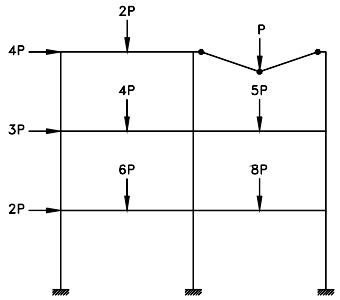
هر چند در تركيب نمودي مكانيزم‌ها احتياجي به در نظر گرفتن قرارداد، بخصوص براي علامت لنگرهاي خمشي نمي‌باشد، ليكن بهتر است يك قرارداد هماهنگ در طول عمليات (مثلاً در بكارگيري كار مجازي و يا محاسبات كامپيوتري) بكار گيريم. هر قراردادي را مي‌توان بدين منظور در نظر گرفت، در اينجا ما سيستم زير را انتخاب مي‌كنيم.



در سيستم فوق، لنگرهاي خمشي توليدكنندة فشار در سمتي از اعضاء كه مجاور خطوط مقطع مي‌باشند، مثبت در نظر گرفته خواهند شد.

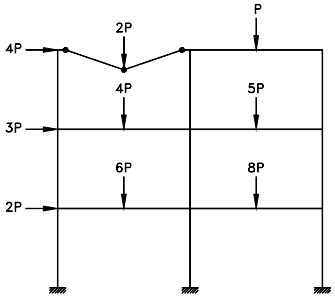
مكانيزم تيرها

شش مكانيزم تير كه منجر به خرابي‌هاي جزئي مي‌گردد در زير نمايش داده شده است. از آنجا كه مكانيزم‌هاي زير به تنهايي منجر بـه تخريـب كل سازه نمي‌گردند در اينجا مد نظر ما نيستند وليكن در تركيب با مكانيزم‌هاي ديگر مورد استفاده قرار مي‌گيرند. معادلات فرو ريختگي مربـوط به هر يك از مكانيزم‌ها در شكل هاي زير نشان داده شده است.



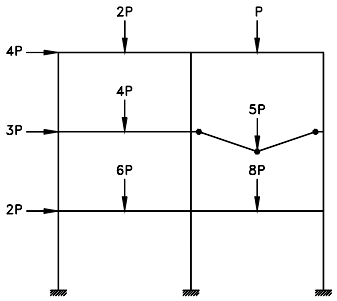
مكانيزم a

$4M_{b3} \geq 2.5P$



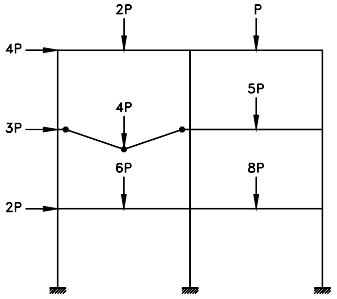
مكانيزم b

$4M_{b3} \geq 2.5 \times 2P = 5P$



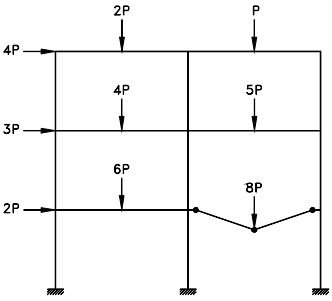
مكانيزم c

$4M_{b2} \geq 2.5 \times 5P = 12.5P$



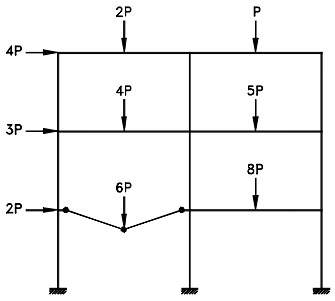
مكانيزم d

$4M_{b2} \geq 2.5 \times 4P = 10P$



مكانيزم e

$4M_{b1} \geq 2.5 \times 8P = 20P$



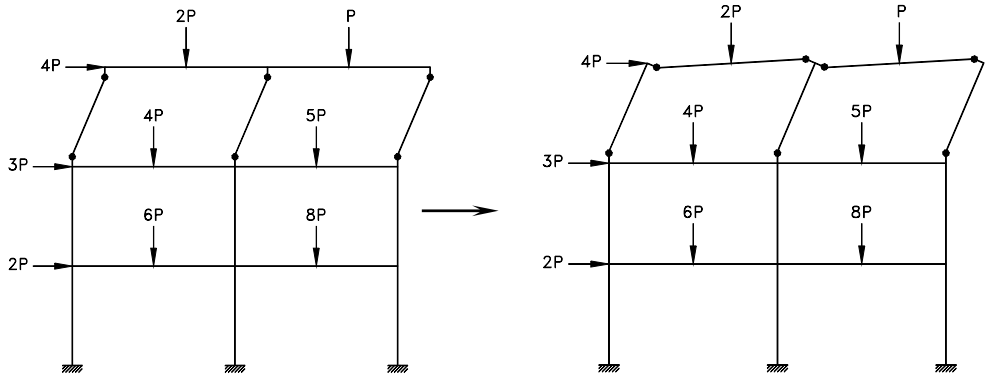
مكانيزم f

$4M_{b1} \geq 2.5 \times 6P = 15P$

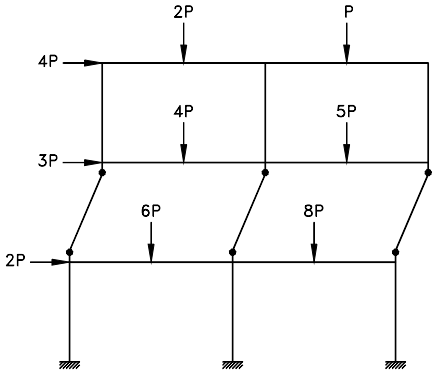
محدوديت هاي مسئله

مكانيزم‌هاي حقيقي خرابي

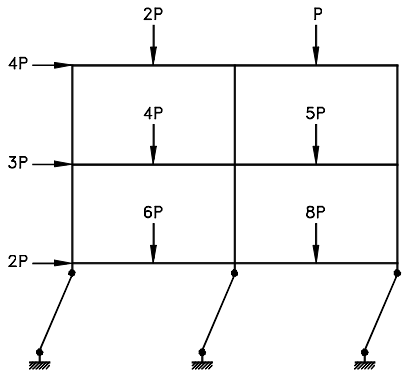
۱۲ مكانيزم زير كه منجر به فروريزي حداقل يك طبقه از سازه فوق مي‌شود را به صورت زير مي‌توان نمايش داد. در بعضي از مكانيزم‌ها با توجه به اينكه تيرها ضعيف‌تر از ستونها مي‌باشند مفاصل پلاستيك روي تيرها با دوران گره‌ها به روي ستونها منتقل مي‌گردند.



(مكانيزم ۱) $3M_{C3}+4M_{b3}\geq 3\times 4P=12P$

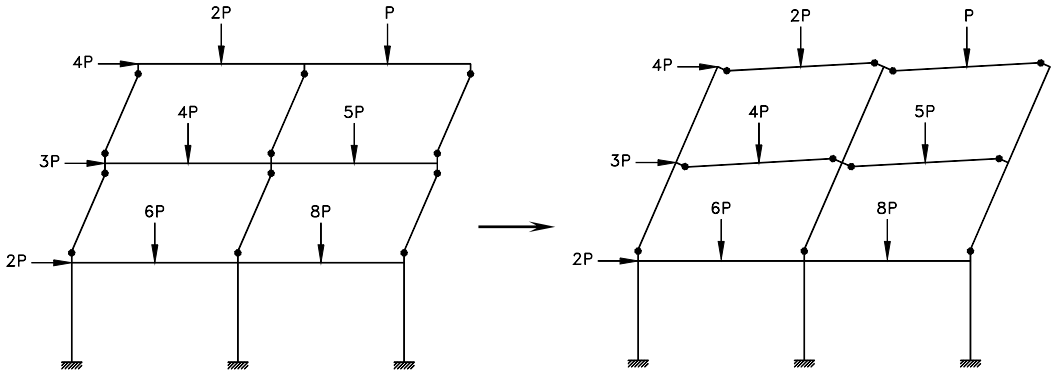


(مكانيزم ۲) $6M_{C2}\geq 3(4P+3P)=21P$

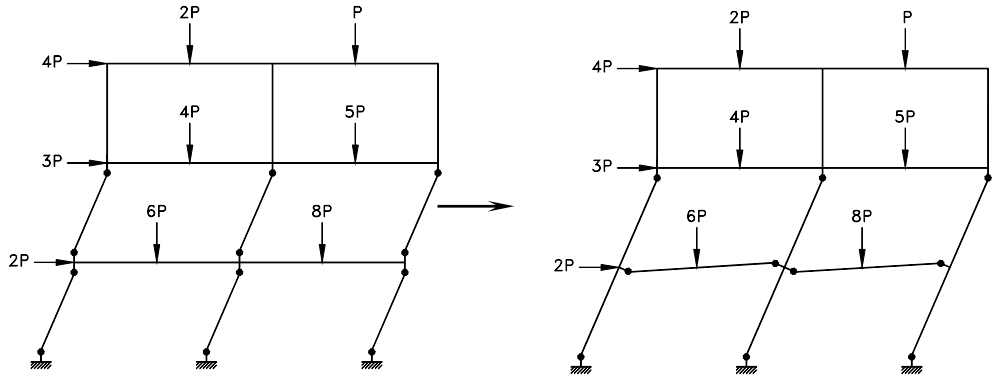


(مكانيزم ۳)

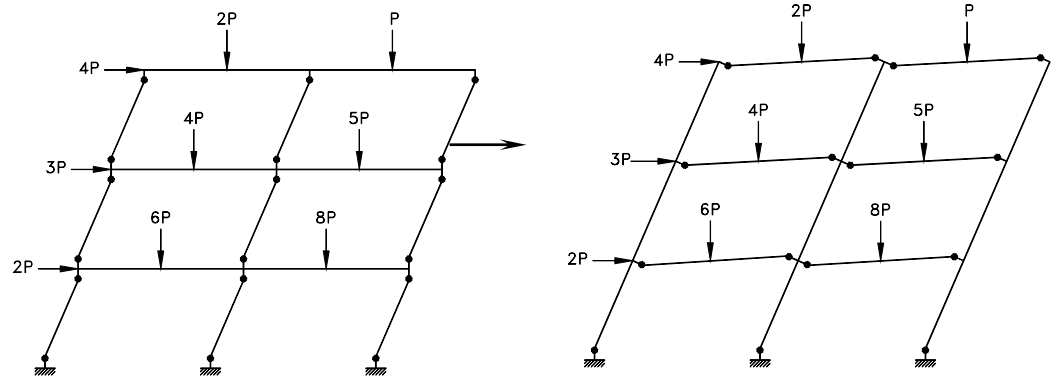
$6M_{C1}\geq 3(4P+3P+2P)=27P$



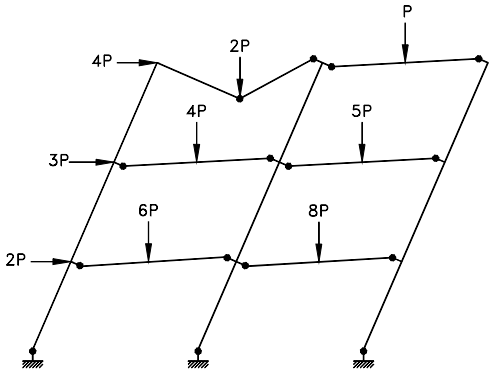
$4M_{b3}+4M_{b2}+3M_{C2} \geq 6\times 4P+3\times 3P=33P$ (مکانیزم ۲ + مکانیزم ۱ = مکانیزم ٤)



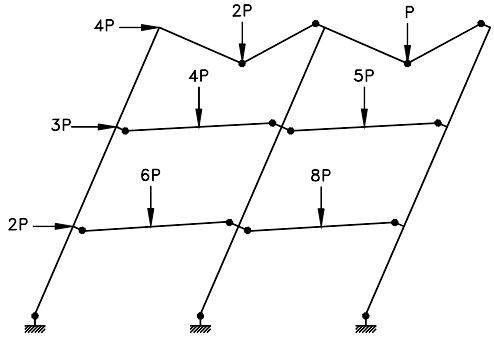
$4M_{b1}+3M_{C1}+3M_{C2} \geq 6\times(3P+4P)+3\times 2P=48P$ (مکانیزم ۳ + مکانیزم ۲ = مکانیزم ۵)



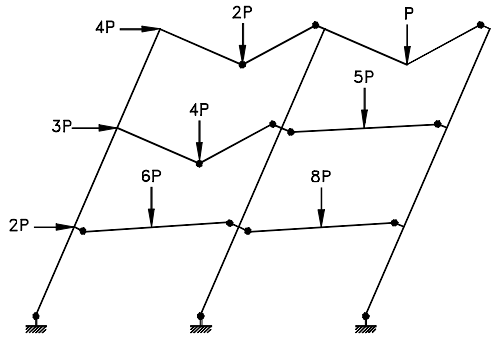
$4M_{b1}+4M_{b2}+4M_{b3}+3M_{C1} \geq 9\times 4P+6\times 3P+3\times 2P=60P$ (مکانیزم۳ + مکانیزم۲ + مکانیزم۱ = مکانیزم ٦)



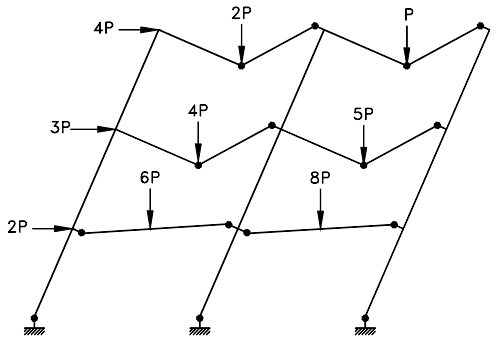
$4M_{b1}+4M_{b2}+6M_{b3}+3M_{C1}\geq 60P+2.5\times 2P=65P$ (مکانیزم b + مکانیزم ٦ = مکانیزم ۷)



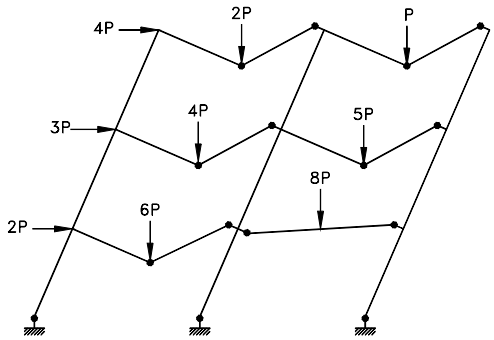
$4M_{b1}+4M_{b2}+8M_{b3}+3M_{C1}\geq 65P+2.5\times P=67.5P$ (مکانیزم a + مکانیزم ۷ = مکانیزم ۸)



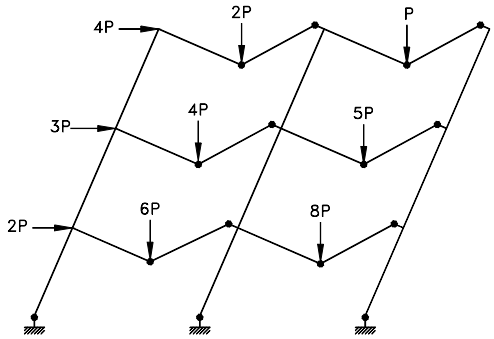
$4M_{b1}+6M_{b2}+8M_{b3}+3M_{C1}\geq 67.5P+2.5\times 4P=77.5P$ (مکانیزم d + مکانیزم ۸ = مکانیزم ۹)



$4M_{b1}+8M_{b2}+8M_{b3}+3M_{C1}\geq 77.5P+2.5\times 5P=90P$ (مکانیزم c + مکانیزم ۹ = مکانیزم ۱۰)



$6M_{b1}+8M_{b2}+8M_{b3}+3M_{C1}\geq 90P+2.5\times 6P=105P$ (مکانیزم f + مکانیزم ۱۰ = مکانیزم ۱۱)



$8M_{b1}+8M_{b2}+8M_{b3}+3M_{C1}\geq 105P+2.5\times 8P=125P$ (مکانیزم e + مکانیزم ۱۰ = مکانیزم ۱۲)

محدوديت‌هاي آئين‌نامه‌اي

براي ارضاء ضوابط آئين‌نامه‌اي مي‌بايستي لنگر پلاستيك ستون هر طبقه دو برابر لنگر پلاستيك تيرهاي همان طبقه باشد. اين ضابطه را به صورت زير نوشته و سپس آن را به صورت محدوديت ارائه مي‌دهيم. بنابراين به۱۲ محدوديت قبلي محدويت‌هاي زير نيز اضافه مي‌گردد.

$$M_{C3} \geq 2M_{b3} \quad \Rightarrow \quad M_{C3} - 2M_{b3} \geq 0 \qquad (\text{محدوديت ۱۳})$$
$$M_{C2} \geq 2M_{b2} \quad \Rightarrow \quad M_{C2} - 2M_{b2} \geq 0 \qquad (\text{محدوديت ۱٤})$$
$$M_{C1} \geq 2M_{b1} \quad \Rightarrow \quad M_{C1} - 2M_{b1} \geq 0 \qquad (\text{محدوديت ۱۵})$$

محدوديت‌هاي اجرائي

همانطور كه گفته شد براي آنكه هيچ وقت ستونهاي طبقات بالاتر قويتر از ستونهاي طبقات پائين‌تر نگردد محدوديت‌هايي را به صورت زير براي تيرها و ستونها اعمال مي‌كنيم .

محدوديت براي ستونها :

$$M_{C1} \geq M_{C2} \quad \Rightarrow \quad M_{C1} - M_{C2} \geq 0 \qquad (\text{محدوديت ۱٦})$$
$$M_{C2} \geq M_{C3} \quad \Rightarrow \quad M_{C2} - M_{C3} \geq 0 \qquad (\text{محدوديت ۱۷})$$

محدوديت براي تيرها

$$M_{b1} \geq M_{b2} \quad \Rightarrow \quad M_{b1} - M_{b2} \geq 0 \qquad (\text{محدوديت ۱۸})$$
$$M_{b2} \geq M_{b3} \quad \Rightarrow \quad M_{b2} - M_{b3} \geq 0 \qquad (\text{محدوديت ۱۹})$$

۳ - مدل سازي برنامه

هدف :

باتوجه به موارد طرح مسئله، مفروضات و محدوديت هاي مطرح شده، هدف يافتن لنگرهاي پلاستيك تيرها و ستون ها در طبقات است بگونه اي كه منجر به حداقل شدن وزن قاب ساختمان با استفاده از روش برنامه ريزي خطي، شود.

متغيرهاي تصميم گيري :

ممان پلاستيك ستونهاي طبقة اول	$X_1 = M_{C1}$
ممان پلاستيك ستونهاي طبقة دوم	$X_2 = M_{C2}$
ممان پلاستيك ستونهاي طبقة سوم	$X_3 = M_{C3}$
ممان پلاستيك تيــرهاي طبقة اول	$X_4 = M_{b1}$
ممان پلاستيك تيــرهاي طبقة دوم	$X_5 = M_{b2}$
ممان پلاستيك تيــرهاي طبقة سوم	$X_6 = M_{b3}$

ضرايب :

Ci = طول ستون هاي طبقه iام	طبقه سوم : ۳ ، طبقه دوم : ۲، طبقه اول : i=۱
Di = طول تيرهاي طبقه iام	طبقه سوم : ۳ ، طبقه دوم : ۲، طبقه اول : i=۱

۳-۱ - مدل مسئله، بدون درنظر گرفتن مقررات آئين نامه و مسائل اجرائي :

تابع هدف برنامه عبارتست از :

$$Minimize\ Z = 3\times(M_{C1}+M_{C2}+M_{C3}) + 5\times(M_{b1}+M_{b2}+M_{b3})$$

يا :

$$Minimize\ Z = 3\times(X_1+X_2+X_3) + 5\times(X_4+X_5+X_6)$$

نحوه محاسبه فرمول بالا :

از آنجاكه طول ستونها در هر طبقه برابر۳ متر و طول تيرها برابر۵ متر مي‌باشد، وزن ستونهاي هر طبقه از ضرب عدد۳ در لنگر پلاستيك آنها و وزن تيرهاي هرطبقه از ضرب عدد ۵ در لنگر پلاستيك تيرها حاصل مي‌گردد.

محدوديت‌هاي حاصل از مكانيزم‌هاي خرابي

st :

۱) $3X_3+4X_6 \geq 12$

۲) $6X_2 \geq 21$

۳) $6X_1 \geq 27$

٤) $3X_2+4X_5+4X_6 \geq 33$

۵) $3X_1+3X_2+4X_4 \geq 48$

٦) $3X_1+4X_4+4X_5+4X_6 \geq 60$

۷) $3X_1+4X_4+4X_5+6X_6 \geq 65$

۸) $3X_1+4X_4+4X_5+8X_6 \geq 67.5$

۹) $3X_1+4X_4+6X_5+8X_6 \geq 77.5$

۱۰) $3X_1+4X_4+8X_5+8X_6 \geq 90$

۱۱) $3X_1+6X_4+8X_5+8X_6 \geq 105$

۱۲) $3X_1+8X_4+8X_5+8X_6 \geq 125$

۳-۲ - مدل مسئله، با درنظر گرفتن مقررات آئين نامه :

تابع هدف برنامه عبارتست از :

$$Minimize\ Z = 3\times(X_1+X_2+X_3) + 5\times(X_4+X_5+X_6)$$

محدوديت‌هاي حاصل از مكانيزم‌هاي خرابي

st :

۱) $3X_3+4X_6 \geq 12$

۲) $6X_2 \geq 21$

۳) $6X_1 \geq 27$

٤) $3X_2+4X_5+4X_6 \geq 33$

۵) $3X_1+3X_2+4X_4 \geq 48$

٦) $3X_1+4X_4+4X_5+4X_6 \geq 60$

۷) $3X_1+4X_4+4X_5+6X_6 \geq 65$

۸) $3X_1+4X_4+4X_5+8X_6 \geq 67.5$

۹) $3X_1+4X_4+6X_5+8X_6 \geq 77.5$

۱۰) $3X_1+4X_4+8X_5+8X_6 \geq 90$

۱۱) $3X_1+6X_4+8X_5+8X_6 \geq 105$

۱۲) $3X_1+8X_4+8X_5+8X_6 \geq 125$

محدوديت‌هاي حاصل از ضوابط آئين نامه

st :

۱۳) $X_3 - 2X_6 \geq 0$

۱٤) $X_2 - 2X_5 \geq 0$

۱۵) $X_1 - 2X_4 \geq 0$

۳ - ۳ - مدل مسئله با درنظر گرفتن مسائل اجرائي :

تابع هدف برنامه عبارتست از :

$$Minimize \quad Z = 3\times(X_1 + X_2 + X_3) + 5\times(X_4 + X_5 + X_6)$$

محدوديت‌هاي حاصل از مكانيزم‌هاي خرابي

st :

۱) $3X_3+4X_6 \geq 12$

۲) $6X_2 \geq 21$

۳) $6X_1 \geq 27$

٤) $3X_2 + 4X_5 + 4X_6 \geq 33$

۵) $3X_1+3X_2+4X_4 \geq 48$

٦) $3X_1+4X_4+4X_5+4X_6 \geq 60$

۷) $3X_1+4X_4+4X_5+6X_6 \geq 65$

۸) $3X_1+4X_4+4X_5+8X_6 \geq 67.5$

۹) $3X_1+4X_4+6X_5+8X_6 \geq 77.5$

۱۰) $3X_1+4X_4+8X_5+8X_6 \geq 90$

۱۱) $3X_1+6X_4+8X_5+8X_6 \geq 105$

۱۲) $3X_1+8X_4+8X_5+8X_6 \geq 125$

محدوديت‌هاي حاصل از اعمال مسائل اجرائي

st :

۱٦) $X_1 - X_2 \geq 0$

۱۷) $X_2 - X_3 \geq 0$

۱۸) $X_4 - X_5 \geq 0$

۱۹) $X_5 - X_6 \geq 0$

٤ - ۳ - مدل مسئله با درنظر گرفتن مقررات آئين نامه و مسائل اجرائي :

تابع هدف برنامه عبارتست از :

$$Minimize \quad Z = 3\times(X_1 + X_2 + X_3) + 5\times(X_4 + X_5 + X_6)$$

محدوديت‌هاي حاصل از مكانيزم‌هاي خرابي

st :

۱) $3X_3+4X_6 \geq 12$

۲) $6X_2 \geq 21$

۳) $6X_1 \geq 27$

٤) $3X_2 + 4X_5 + 4X_6 \geq 33$

٥) $3X_1 + 3X_2 + 4X_4 \geq 48$

٦) $3X_1 + 4X_4 + 4X_5 + 4X_6 \geq 60$

۷) $3X_1 + 4X_4 + 4X_5 + 6X_6 \geq 65$

۸) $3X_1 + 4X_4 + 4X_5 + 8X_6 \geq 67.5$

۹) $3X_1 + 4X_4 + 6X_5 + 8X_6 \geq 77.5$

۱۰) $3X_1 + 4X_4 + 8X_5 + 8X_6 \geq 90$

۱۱) $3X_1 + 6X_4 + 8X_5 + 8X_6 \geq 105$

۱۲) $3X_1 + 8X_4 + 8X_5 + 8X_6 \geq 125$

محدوديت‌هاي حاصل از ضوابط آئين نامه

st :

۱۳) $X_3 - 2X_6 \geq 0$

۱٤) $X_2 - 2X_5 \geq 0$

۱٥) $X_1 - 2X_4 \geq 0$

محدوديت‌هاي حاصل از اعمال مسائل اجرائي

st :

۱٦) $X_1 - X_2 \geq 0$

۱۷) $X_2 - X_3 \geq 0$

۱۸) $X_4 - X_5 \geq 0$

۱۹) $X_5 - X_6 \geq 0$

٥ - ۳ - مدل مسئله با درنظر گرفتن مقررات آئين نامه و مسائل اجرائي : (با فرض اينكه طول ستونهاي طبقه اول ۲ متر باشد)

تابع هدف برنامه عبارتست از :

$$Minimize \quad Z = 2 \times X_1 + 3 \times (X_2 + X_3) + 5 \times (X_4 + X_5 + X_6)$$

محدوديت‌هاي حاصل از مكانيزم‌هاي خرابي

st :

۱) $3X_3 + 4X_6 \geq 12$

۲) $6X_2 \geq 21$

۳) $6X_1 \geq 18$

٤) $3X_2 + 4X_5 + 4X_6 \geq 33$

٥) $3X_1 + 3X_2 + 4X_4 \geq 39$ $\quad 2(4P+3P+2P)+3(4P+3P)=39P$

٦) $3X_1 + 4X_4 + 4X_5 + 4X_6 \geq 51$ $\quad 3(4P)+ 2(4P+3P+2P)+3(4P+3P)=51P$

۷) $3X_1 + 4X_4 + 4X_5 + 6X_6 \geq 56$ $\quad 2.5(2P)+51P=56P$

۸) $3X_1 + 4X_4 + 4X_5 + 8X_6 \geq 58.5$ $\quad 2.5(P)+56P=58.5P$

۹) $3X_1 + 4X_4 + 6X_5 + 8X_6 \geq 68.5$ $\quad 2.5(4P)+58.5P=68.5P$

۱۰) $3X_1 + 4X_4 + 8X_5 + 8X_6 \geq 81$ $\quad 2.5(5P)+68.5P=81P$

۱۱) $3X_1 + 6X_4 + 8X_5 + 8X_6 \geq 96$ 2.5(6P)+81P=96P

۱۲) $3X_1 + 8X_4 + 8X_5 + 8X_6 \geq 116$ 2.5(8P)+96P=116P

محدوديت‌هاي حاصل از ضوابط آئين نامه

st :

۱۳) $X_3 - 2X_6 \geq 0$

۱٤) $X_2 - 2X_5 \geq 0$

۱۵) $X_1 - 2X_4 \geq 0$

محدوديت‌هاي حاصل از اعمال مسائل اجرائي

st :

۱٦) $X_1 - X_2 \geq 0$

۱۷) $X_2 - X_3 \geq 0$

۱۸) $X_4 - X_5 \geq 0$

۱۹) $X_5 - X_6 \geq 0$

٤ – حل مدل، تفسير نتايج و تحليل حساسيت :

- حالت اول : فقط با در نظر گرفتن محدوديت هاي حاصل از مكانيزم هاي خرابي (مدل ۱- ۳)

حل مدل

DS

جدول شماره ۱

Linear Programming

	X1	X2	X3	X4	X5	X6		RHS	DUAL
Minimize	3	3	3	5	5	5			
Constraint 1	0	0	3	0	0	4	>=	12	0
Constraint 2	0	6	0	0	0	0	>=	21	-0.5
Constraint 3	6	0	0	0	0	0	>=	27	-0.1875
Constraint 4	0	3	0	0	4	4	>=	33	0
Constraint 5	3	3	0	4	0	0	>=	48	0
Constraint 6	3	0	0	4	4	4	>=	60	0
Constraint 7	3	0	0	4	4	6	>=	65	0
Constraint 8	3	0	0	4	4	8	>=	67.5	0
Constraint 9	3	0	0	4	6	8	>=	77.5	0
Constraint 10	3	0	0	4	8	8	>=	90	0
Constraint 11	3	0	0	6	8	8	>=	105	0
Constraint 12	3	0	0	8	8	8	>=	125	-0.625
Solution->	4.5	3.5	0	8.3125	2.625	3		$93.69	

Ranging (جدول شماره ۲)

Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
X1	4.5	0	3	1.875	Infinity
X2	3.5	0	3	0	Infinity
X3	0	3	3	0	Infinity
X4	8.3125	0	5	1	5
X5	2.625	0	5	5	5
X6	3	0	5	5	9
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	0	0	12	0	22.5
Constraint 2	-0.5	0	21	11.75	24.5
Constraint 3	-0.1875	0	27	20	160
Constraint 4	0	0	33	31.25	42.25
Constraint 5	0	9.25	48	-Infinity	57.25
Constraint 6	0	9.25	60	-Infinity	69.25
Constraint 7	0	10.25	65	-Infinity	75.25
Constraint 8	0	13.75	67.5	-Infinity	81.25
Constraint 9	0	9	77.5	-Infinity	86.5
Constraint 10	0	1.75	90	-Infinity	91.75
Constraint 11	0	3.375	105	-Infinity	108.375
Constraint 12	-0.625	0	125	121.5	Infinity

(جدول شماره ۳)

Solution List

X1	Basic	4.5
X2	Basic	3.5
X3	NONBasic	0
X4	Basic	8.3125
X5	Basic	2.625
X6	Basic	3
surplus 1	NONBasic	0
surplus 2	NONBasic	0
surplus 3	NONBasic	0
surplus 4	NONBasic	0
surplus 5	Basic	9.25
surplus 6	Basic	9.25
surplus 7	Basic	10.25
surplus 8	Basic	13.75
surplus 9	Basic	9.000001
surplus 10	Basic	1.75
surplus 11	Basic	3.375
surplus 12	NONBasic	0
Optimal Value (Z)		93.6875

جدول شماره ٤ (حل مسئله توسط نرم افزار WinQsb)

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	4.5	3	13.5	0	basic	1.875	M
2	X2	3.5	3	10.5	0	basic	0	M
3	X3	0	3	0	3	at bound	0	M
4	X4	8.3125	5	41.5625	0	basic	1	5
5	X5	2.625	5	13.125	0	basic	5	5
6	X6	3	5	15	0	basic	5	9

Objective Function (Min.) =	93.6875	(Note: Alternate Solution Exists!!)

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	C1	12	>=	12	0	0	0	22.5
2	C2	21	>=	21	0	0.5	11.75	24.5
3	C3	27	>=	27	0	0.1875	20	160
4	C4	33	>=	33	0	0	31.25	42.25
5	C5	57.25	>=	48	9.25	0	0	57.25
6	C6	69.25	>=	60	9.25	0	0	69.25
7	C7	75.25	>=	65	10.25	0	0	75.25
8	C8	81.25	>=	67.5	13.75	0	0	81.25
9	C9	86.5	>=	77.5	9	0	0	86.5
10	C10	91.75	>=	90	1.75	0	0	91.75
11	C11	108.375	>=	105	3.375	0	0	108.375
12	C12	125	>=	125	0	0.625	121.5	M

تفسير نتايج بدست آمده

همانطور كه از جدول شماره ۱ ملاحظه مي‌گردد، مقدار ممان پلاستيك ستون طبقة سوم صفر شده است كه از لحاظ طرح پلاستيك سازه‌ها درست مي‌باشد وليكن از لحاظ اجرائي و تعادل اشكال دارد.

به جز طبقة دوم، در دو طبقة ديگر ممان پلاستيك تيرها زيادتر از ممان پلاستيك ستونها بدست آمده است و اين علاوه براينكه از لحاظ اجرائي اشكال دارد، باعث مي‌گردد كه مفاصل پلاستيك به جاي تيرها برروي ستونها اتفاق بيافتد. البته اين نتيجه بيشتر ناشي از انتخاب هوشمندانه مكانيزم‌ها بوده، بطوريكه سعي شده اكثر مفاصل پلاستيك به روي تيرها منتقل شود و اين فقط در صورتي درست است كه فرض كرده باشيم كه ممان پلاستيك ستونها بيش از ممان پلاستيك تيرها باشد.

تحليل حساسيت

ضرايب تابع هدف :

- حداكثر طولي كه مي‌تواند تيرهاي طبقة اول داشته باشد براي اينكه همين مكانيزم‌ها رخ دهند برابر ۵ متر مي‌باشد و با اضافه كردن به اين طول، مكانيزم‌هاي بحراني فرق خواهند كرد. وليكن طول تيرها در طبقه سوم تا ۹ متر نيز مي‌تواند افزايش يابد.
- از آنجا كه هيچ ارتباطي بين ممان پلاستيك تيرها و ستونها وجود ندارد، هيچ محدوديتي براي حداكثر ارتفاع ستونها بدست نيامده است.

محدوديت‌هاي ناشي از مكانيزمهاي با Slack = 0

- با توجه به جدول شماره ۲ مي‌توان به اين نتيجه رسيد كه مكانيزم‌هاي ۱، ۲، ۳، ٤ و ۱۲ بحراني بوده و در نتايج بدست آمده كاملاً موثر بوده‌اند.

- با توجه به مقدار دوگان (Dual Value) مکانیزم شماره ۱۲ مي‌توان متوجه شد که مکانیزم اصلي، مکانیزم ۱۲ مي‌باشد.
- حدود بالا و پائین مقادیر اولیه این محدودیت‌ها بیانگر دامنه تغییراتي است که نیروهاي خارجي مـي‌تواننـد داشـته باشـند، بـدون آنکـه در ترکیب مکانیزم‌هاي بحراني تغییري حاصل گردد.

محدودیت‌هاي ناشي از مکانیزمهاي با Slack ≠ 0

- با توجه به مقادیر Slack ها مي‌توان اینگونه نتیجه گرفت که به جز مکانیزم‌هاي بحراني موجود، به ترتیب مکانیزم‌هایي که کمتـرین Slack را دارند احتمال وقوعشان بیشتر است. بنابراین احتمال وقوع دیگر مکانیزم‌ها عبارت خواهد بود از مکانیزم‌هـاي شـماره۱۰ ، ۱۱ ، ۹ ، ۵ ، ٦ ، ۷ و در نهایت ۸.
- فاصلة بین Original Value تا حد بالاي مقدار عددي Slack ها بیانگر حاشیة ایمني مي‌باشد که نیروهاي وارده مي‌توانند افزایش یابند.

- حالت دوم : با در نظر گرفتن مقررات آئین‌نامه (مدل ۲ – ۳)

حل مدل

DS

جدول شماره ۵

Linear Programming

	X1	X2	X3	X4	X5	X6		RHS	DUAL
Minimize	3	3	3	5	5	5			
Constraint 1	0	0	3	0	0	4	>=	12	-0.28286
Constraint 2	0	6	0	0	0	0	>=	21	0
Constraint 3	6	0	0	0	0	0	>=	27	0
Constraint 4	0	3	0	0	4	4	>=	33	-0.47143
Constraint 5	3	3	0	4	0	0	>=	48	0
Constraint 6	3	0	0	4	4	4	>=	60	0
Constraint 7	3	0	0	4	4	6	>=	65	0
Constraint 8	3	0	0	4	4	8	>=	67.5	0
Constraint 9	3	0	0	4	6	8	>=	77.5	0
Constraint 10	3	0	0	4	8	8	>=	90	0
Constraint 11	3	0	0	6	8	8	>=	105	0
Constraint 12	3	0	0	8	8	8	>=	125	-0.78571
Constraint 13	0	0	1	0	0	-2	>=	0	-2.15143
Constraint 14	0	1	0	0	-2	0	>=	0	-1.58571
Constraint 15	1	0	0	-2	0	0	>=	0	-0.64286
Solution->	13.26286	5.64	2.4	6.631429	2.82	1.2		$117.17	

Ranging (جدول شماره ٦)

Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
X1	13.26286	0	3	1.875	7.125
X2	5.64	0	3	0.6428573	6.535714
X3	2.4	0	3	1.585714	Infinity
X4	6.631429	0	5	-4.25	8.000001
X5	2.82	0	5	0.2857146	10.28572
X6	1.2	0	5	2.171429	12.17143
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	-0.2828571	0	12	0	38.75
Constraint 2	0	12.84	21	-33.84	33.84

Constraint 3	0	52.57714	27	-79.57715	79.57715
Constraint 4	-0.4714285	0	33	22.3	109.675
Constraint 5	0	35.23429	48	-83.23428	83.23428
Constraint 6	0	22.39429	60	-82.39429	82.39429
Constraint 7	0	19.79429	65	-84.79429	84.79429
Constraint 8	0	19.69429	67.5	-87.19429	87.19429
Constraint 9	0	15.33429	77.5	-92.83429	92.83429
Constraint 10	0	8.474289	90	-98.47429	98.47429
Constraint 11	0	6.737144	105	-111.7371	111.7371
Constraint 12	-0.7857143	0	125	117.14	Infinity
Constraint 13	-2.151429	0	0	-6	4
Constraint 14	-1.585714	0	0	-5.35	9.400001
Constraint 15	-0.6428573	0	0	-9.886666	30.94667

(جدول شماره ۷)

Solution List

X1	Basic	13.26286
X2	Basic	5.64
X3	Basic	2.4
X4	Basic	6.631429
X5	Basic	2.82
X6	Basic	1.2
surplus 1	NONBasic	0
surplus 2	Basic	12.84
surplus 3	Basic	52.57714
surplus 4	NONBasic	0
surplus 5	Basic	35.23429
surplus 6	Basic	22.39429
surplus 7	Basic	19.79429
surplus 8	Basic	19.69429
surplus 9	Basic	15.33429
surplus 10	Basic	8.474286
surplus 11	Basic	6.737146
surplus 12	NONBasic	0
surplus 13	NONBasic	0
surplus 14	NONBasic	0
surplus 15	NONBasic	0
Optimal Value (Z)		117.1657162

جدول شماره ۸ (حل مسئله توسط نرم افزار WinQsb)

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	13.2629	3	39.7886	0	basic	1.875	7.125
2	X2	5.64	3	16.92	0	basic	0.6429	6.5357
3	X3	2.4	3	7.2	0	basic	1.5857	M
4	X4	6.6314	5	33.1571	0	basic	-4.25	8
5	X5	2.82	5	14.1	0	basic	0.2857	10.2857
6	X6	1.2	5	6	0	basic	2.1714	12.1714

Objective Function	(Min.) =	117.1657

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	C1	12	>=	12	0	0.2829	0	38.75
2	C2	33.84	>=	21	12.84	0	-33.84	33.84
3	C3	79.5771	>=	27	52.5771	0	-79.5771	79.5771
4	C4	33	>=	33	0	0.4714	22.3	109.675
5	C5	83.2343	>=	48	35.2343	0	-83.2343	83.2343
6	C6	82.3943	>=	60	22.3943	0	-82.3943	82.3943
7	C7	84.7943	>=	65	19.7943	0	-84.7943	84.7943
8	C8	87.1943	>=	67.5	19.6943	0	-87.1943	87.1943
9	C9	92.8343	>=	77.5	15.3343	0	-92.8343	92.8343
10	C10	98.4743	>=	90	8.4743	0	-98.4743	98.4743
11	C11	111.7371	>=	105	6.7371	0	-111.737	111.7371
12	C12	125	>=	125	0	0.7857	117.14	M
13	C13	0	>=	0	0	2.1514	-6	4
14	C14	0	>=	0	0	1.5857	-5.35	9.4
15	C15	0	>=	0	0	0.6429	-9.8867	30.9467

تفسير نتايج بدست آمده

با اعمال محدوديت دو برابر بودن ممان پلاستيك ستونها نسبت به تيرها، اين ضابطه برروي كلية نتايج تأثير مي گذارد، بطوريكه در جدول ۵ نيز مشاهده مي‌گردد تمامي مقادير لنگر پلاستيك بدست آمده براي ستونها، دقيقاً دو برابر مقادير لنگر پلاستيك بدست‌آمده براي تيرها مي‌باشد. مقدار تابع هدف نيز از ۹۳/۶۹ به ۱۱۷/۱۷ افزايش يافته ، يعني در حدود ۲۵% افزايش يافته است. مي‌توان گفت كه رعايت مقررات آئين‌نامه منجر به سنگين‌تر شدن سازه مي‌گردد.

مكانيزم‌هاي بحراني نيز همانگونه كه در جدول ٦ مشاهده مي‌شود، مكانيزمهاي ۱، ٤ و ۱۲ مي‌باشد كه دو مكانيزم ۲ و ۳ از بحراني بودن خارج شده‌اند.

از طرفي مشاهده مي‌گردد كه نيروها در طبقه دوم بين تيرها و ستونها توزيع شده و در نتيجه ممان پلاستيك تيرهاي طبقه اول نسبت به حالت قبل كمتر بدست آمده است(از۸/۳۱ به ٦/٦۳ كاهش يافته است).

نكته قابل توجه اينكه براي ستونهاي طبقه آخر نيز عددي ارائه شده و صفر منظور نگرديده است.

تحليل حساسيت

ضرايب تابع هدف :

- در حالت دوم طول ستونها نيز محدوديتي پيدا كرده‌اند . براي مثال ستونهاي طبقه اول حداكثر تا ارتفاع ۷/۱۲۵ متر مي‌توانند افزايش يابند تا همين تركيب مكانيزمها پايدار بماند.

- طول تيرهاي طبقة اول و دوم نيز از حد ۵ متر مي‌توانند بيشتر گردند و اين ناشي از اضافه ظرفيتي است كه ستونها پيدا كرده‌اند.

محدوديت‌هاي ناشي از مكانيزمهاي با Slack = 0

- با توجه به جدول شماره ٦ مي‌توان بدين نتيجه رسيد كه مكانيزم‌هاي بحراني و تعيين‌كننده به ترتيب وقوع عبارتند از ۱ ، ٤ و ۱۲ حدود بالا و پائين مقادير اوليه اين مكانيزم‌ها نيز بيانگر رنج تغييراتي است كه نيروهاي خارجي مي‌توانند داشته باشند بدون آنكه به تركيب مكانيزم‌هاي بحراني دست بخورد.

محدوديت‌هاي ناشي از مكانيزمهاي با Slack ≠ 0

- آن مكانيزمي كه كمترين Slack را دارد مكانيزمي است كه توان بالقوه براي بحراني شدن را دارد و آن مكانيزم شماره ۱۱ مي‌باشد كه مقدار Slack آن مساوي ٦/٧٣ مي‌باشد.

محدوديت‌هاي ناشي از اعمال مقررات آئين‌نامه

- همانطور كه ملاحظه مي‌گردد محدوديت‌هاي شماره ۱۳ تا ۱۵ با slack =0 موثر بودن خود را در نتايج بدست آمده نشان داده‌اند.
- از روي مقادير دوگان (Dual Value) بدست آمده براي محدوديت‌هاي شماره ۱۳ تا ۱۵ مي‌توان به اين نتيجه رسيد كه اعمال ايـن مقـررات در طبقات بالاتر بيشتر موثر واقع شده و به عبارتي هزينه‌ساز تر بوده است.

- حالت سوم : با در نظر گرفتن مسائل اجرائي (مدل ۳ – ۳)

حل مدل

DS

جدول شماره ۹

Linear Programming

	X1	X2	X3	X4	X5	X6		RHS	DUAL
Minimize	3	3	3	5	5	5			
Constraint 1	0	0	3	0	0	4	>=	12	0
Constraint 2	0	6	0	0	0	0	>=	21	-0.5
Constraint 3	6	0	0	0	0	0	>=	27	-0.1875
Constraint 4	0	3	0	0	4	4	>=	33	0
Constraint 5	3	3	0	4	0	0	>=	48	0
Constraint 6	3	0	0	4	4	4	>=	60	0
Constraint 7	3	0	0	4	4	6	>=	65	0
Constraint 8	3	0	0	4	4	8	>=	67.5	0
Constraint 9	3	0	0	4	6	8	>=	77.5	0
Constraint 10	3	0	0	4	8	8	>=	90	0
Constraint 11	3	0	0	6	8	8	>=	105	0
Constraint 12	3	0	0	8	8	8	>=	125	-0.625
Constraint 16	1	-1	0	0	0	0	>=	0	0
Constraint 17	0	1	-1	0	0	0	>=	0	0
Constraint 18	0	0	0	1	-1	0	>=	0	0
Constraint 19	0	0	0	0	1	-1	>=	0	0
Solution->	4.5	3.5	0	6	4.9375	3		$93.69	

Ranging (جدول شماره ۱۰)

Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
X1	4.5	0	3	1.875	Infinity
X2	3.5	0	3	0.00E+00	Infinity
X3	0	3	3	0.00E+00	Infinity
X4	6	0	5	5	6.5
X5	4.9375	0	5	2	5
X6	3	0	5	5	9
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	0	0	12	7.75	15.875
Constraint 2	-0.5000001	0	21	11.75	25.25
Constraint 3	-0.1875	0	27	21	32.66666
Constraint 4	0	9.25	33	-Infinity	42.25
Constraint 5	0	0	48	45.875	55.75
Constraint 6	0	9.25	60	-Infinity	69.25
Constraint 7	0	10.25	65	-Infinity	75.25
Constraint 8	0	13.75	67.5	-Infinity	81.25
Constraint 9	0	13.625	77.5	-Infinity	91.125
Constraint 10	0	11	90	-Infinity	101
Constraint 11	0	8	105	-Infinity	113
Constraint 12	-0.625	0	125	117	133.5
Constraint 16	0	1	0	-Infinity	1
Constraint 17	0	3.5	0	-Infinity	3.5
Constraint 18	0	1.0625	0	-Infinity	1.0625
Constraint 19	0	1.9375	0	-Infinity	1.9375

(جدول شماره ۱۱)

Solution List

X1	Basic	4.5
X2	Basic	3.5
X3	NONBasic	0
X4	Basic	6
X5	Basic	4.9375
X6	Basic	3
surplus 1	NONBasic	0
surplus 2	NONBasic	0
surplus 3	NONBasic	0
surplus 4	Basic	9.25
surplus 5	NONBasic	0
surplus 6	Basic	9.25
surplus 7	Basic	10.25
surplus 8	Basic	13.75
surplus 9	Basic	13.625
surplus 10	Basic	11
surplus 11	Basic	8
surplus 12	NONBasic	0
surplus 13 or 16	Basic	1
surplus 14 or 17	Basic	3.5
surplus 15 or 18	Basic	1.0625
surplus 16 or 19	Basic	1.9375
Optimal Value (Z)		93.68750177

جدول شماره ۱۲ (حل مسئله توسط نرم افزار WinQsb)

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	4.5	3	13.5	0	basic	1.875	M
2	X2	3.5	3	10.5	0	basic	0	M
3	X3	0	3	0	3	at bound	0	M
4	X4	7.9375	5	39.6875	0	basic	3	5
5	X5	3	5	15	0	basic	5	9
6	X6	3	5	15	0	basic	5	9

Objective	Function	(Min.) =	93.6875	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	C1	12	>=	12	0	0	11.25	15.875
2	C2	21	>=	21	0	0.5	18	27
3	C3	27	>=	27	0	0.1875	21	106
4	C4	34.5	>=	33	1.5	0	0	34.5
5	C5	55.75	>=	48	7.75	0	0	55.75
6	C6	69.25	>=	60	9.25	0	0	69.25
7	C7	75.25	>=	65	10.25	0	0	75.25
8	C8	81.25	>=	67.5	13.75	0	0	81.25
9	C9	87.25	>=	77.5	9.75	0	0	87.25
10	C10	93.25	>=	90	3.25	0	0	93.25
11	C11	109.125	>=	105	4.125	0	0	109.125
12	C12	125	>=	125	0	0.625	119.5	M
13	C16	1	>=	0	1	0	-119.5	1
14	C17	3.5	>=	0	3.5	0	-3.5	3.5
15	C18	4.9375	>=	0	4.9375	0	-4.9375	4.9375
16	C19	0	>=	0	0	0	-0.375	1.9375

تفسير نتايج بدست آمده

با اعمال ضوابط اجرائي، تنها تفاوتي كه در نتايج، نسبت به حالتي كه اين ضوابط رعايت نشده بودند حاصل شد، كاهش لنگر پلاستيك تيرهاي طبقة اول و افزايش لنگر پلاستيك تيرهاي طبقة دوم مي‌باشد، كه اين خود منطقي مي‌باشد، چون نيروهاي زلزله در طبقات توزيع شده است.
مقدار تابع هدف نيز نسبت به حالت اول تغييري نكرده است وليكن مكانيزم شماره ٤ نيز از ليست مكانيزم‌هاي بحراني خارج شده است و آنهم به دليل افزايش ممان پلاستيك تيرهاي طبقة دوم است كه مانع از وقوع لنگرهاي پلاستيك بر روي اين تيرها مي‌گردد.

تحليل حساسيت

ضرايب تابع هدف :

- تنها تفاوتي كه قابل ذكر است امكان افزايش طول تيرهاي طبقة اول تا ٦/٥ متر مي‌باشد وليكن ديگر امكان كاهش طول آن تا ١ متر نمي‌باشد و حد پائين تا ٥ متر افزايش يافته است.

محدوديت‌هاي ناشي از مكانيزمهاي با Slack = 0

- مكانيزم ٤ ديگر مكانيزم بحراني نيست و Original Value مكانيزم شماره ٣ كه تا مقدار١٦٠ مي‌توانست افزايش يابد حالا ديگر به مقدار ٣٢/٦٧ محدود شده است.

- محدودة موثر بودن اين مكانيزم‌ها نيز شديداً كاهش يافته است براي مثال در جدول شماره ۱۰ براي مكانيزم شماره ۱ محدودة مؤثر بودن ايـن مكانيزم از صفر تا ۲۲/۵ بود در حاليكه در اين حالت اين محدوده به ۷/۷۵ تا ۱۵/۸۷ كاهش يافته است.

محدوديت‌هاي ناشي از مكانيزمهاي با Slack ≠ 0

- محدودة عدم وقوع اين مكانيزم‌ها يا حاشية ايمني اين مكانيزم‌ها اكثراً ثابت مانده است.

محدوديت‌هاي ناشي از اعمال ضوابط اجرائي

- همانطور كه در جدول شماره ۱۰ مشاهده مي‌شود Slack كليه اين مكانيزم‌ها برابر صفر مي‌باشد كه نشان‌دهنده لزوم اعمـال آنهـا بـر نتـايج بوده است. همانطور كه از مقادير Slack مشاهده مي‌شود اين ضابطه در طبقه دوم موثرتر واقع شده و نتيجه حاصله براي طبقه دوم كاملاً متأثر از اين ضابطه بوده است.

- حالت چهارم : با در نظر گرفتن مقررات آئين‌نامه و مسائل اجرائي (مدل ٤ – ۳)

حل مدل

DS

(جدول شماره ۱۳)

Linear Programming

	X1	X2	X3	X4	X5	X6		RHS	DUAL
Minimize	3	3	3	5	5	5			
Constraint 1	0	0	3	0	0	4	>=	12	-0.28286
Constraint 2	0	6	0	0	0	0	>=	21	0
Constraint 3	6	0	0	0	0	0	>=	27	0
Constraint 4	0	3	0	0	4	4	>=	33	-0.47143
Constraint 5	3	3	0	4	0	0	>=	48	0
Constraint 6	3	0	0	4	4	4	>=	60	0
Constraint 7	3	0	0	4	4	6	>=	65	0
Constraint 8	3	0	0	4	4	8	>=	67.5	0
Constraint 9	3	0	0	4	6	8	>=	77.5	0
Constraint 10	3	0	0	4	8	8	>=	90	0
Constraint 11	3	0	0	6	8	8	>=	105	0
Constraint 12	3	0	0	8	8	8	>=	125	-0.78571
Constraint 13	0	0	1	0	0	-2	>=	0	-2.15143
Constraint 14	0	1	0	0	-2	0	>=	0	-1.58571
Constraint 15	1	0	0	-2	0	0	>=	0	-0.64286
Constraint 16	1	-1	0	0	0	0	>=	0	0
Constraint 17	0	1	-1	0	0	0	>=	0	0
Constraint 18	0	0	0	1	-1	0	>=	0	0
Constraint 19	0	0	0	0	1	-1	>=	0	0
Solution->	13.26286	5.64	2.4	6.631429	2.82	1.2		$117.17	

Ranging (جدول شماره ١٤)

Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
X1	13.26286	0	3	1.875	7.125
X2	5.64	0	3	6.43E-01	6.535715
X3	2.4	0	3	1.59E+00	Infinity
X4	6.631429	0	5	-4.250002	8.000001
X5	2.82	0	5	0.2857146	10.28572

X6	1.2	0	5	2.171428	12.17143
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	-0.2828572	0	12	0	23.57143
Constraint 2	0	12.84	21	-Infinity	33.84
Constraint 3	0	52.57715	27	-Infinity	79.57715
Constraint 4	-0.4714285	0	33	22.3	57.25455
Constraint 5	0	35.23429	48	-Infinity	83.23428
Constraint 6	0	22.39429	60	-Infinity	82.39429
Constraint 7	0	19.79429	65	-Infinity	84.79429
Constraint 8	0	19.69429	67.5	-Infinity	87.19429
Constraint 9	0	15.33429	77.5	-Infinity	92.83429
Constraint 10	0	8.474289	90	-Infinity	98.47429
Constraint 11	0	6.737144	105	-Infinity	111.7371
Constraint 12	-0.7857143	0	125	117.14	-Infinity
Constraint 13	-2.151428	0	0	-3.857143	4
Constraint 14	-1.585714	0	0	-5.349999	5.400001
Constraint 15	-0.6428573	0	0	-9.886663	17.78667
Constraint 16	0	7.622858	0	-Infinity	7.622858
Constraint 17	0	3.24	0	-Infinity	3.24
Constraint 18	0	3.811429	0	-Infinity	3.811429
Constraint 19	0	1.62	0	-Infinity	1.62

Solution List(جدول شماره ۱۵)

X1	Basic	13.26286
X2	Basic	5.64
X3	Basic	2.4
X4	Basic	6.631429
X5	Basic	2.82
X6	Basic	1.2
surplus 1	NONBasic	0
surplus 2	Basic	12.84
surplus 3	Basic	52.57714
surplus 4	NONBasic	0
surplus 5	Basic	35.23429
surplus 6	Basic	22.39429
surplus 7	Basic	19.79429
surplus 8	Basic	19.69429
surplus 9	Basic	15.33429
surplus 10	Basic	8.474286
surplus 11	Basic	6.737142
surplus 12	NONBasic	0
surplus 13	NONBasic	0
surplus 14	NONBasic	0
surplus 15	NONBasic	0
surplus 16	Basic	7.622858
surplus 17	Basic	3.24
surplus 18	Basic	3.811429
surplus 19	Basic	1.62
Optimal Value (Z)		117.1657161

جدول شماره ١٦ (حل مسئله توسط نرم افزار WinQsb)

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	13.2629	3	39.7886	0	basic	1.875	7.125

2	X2	5.64	3	16.92	0	basic	0.6429	6.5357
3	X3	2.4	3	7.2	0	basic	1.5857	M
4	X4	6.6314	5	33.1571	0	basic	-4.25	8
5	X5	2.82	5	14.1	0	basic	0.2857	10.2857
6	X6	1.2	5	6	0	basic	2.1714	12.1714

Objective Function (Min.) =	117.1657

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	C1	12	>=	12	0	0.2829	0	23.5714
2	C2	33.84	>=	21	12.84	0	-33.84	33.84
3	C3	79.5771	>=	27	52.5771	0	-79.5771	79.5771
4	C4	33	>=	33	0	0.4714	22.3	57.2545
5	C5	83.2343	>=	48	35.2343	0	-83.2343	83.2343
6	C6	82.3943	>=	60	22.3943	0	-82.3943	82.3943
7	C7	84.7943	>=	65	19.7943	0	-84.7943	84.7943
8	C8	87.1943	>=	67.5	19.6943	0	-87.1943	87.1943
9	C9	92.8343	>=	77.5	15.3343	0	-92.8343	92.8343
10	C10	98.4743	>=	90	8.4743	0	-98.4743	98.4743
11	C11	111.7371	>=	105	6.7371	0	-111.737	111.7371
12	C12	125	>=	125	0	0.7857	117.14	M
13	C13	0	>=	0	0	2.1514	-3.8571	4
14	C14	0	>=	0	0	1.5857	-5.35	5.4
15	C15	0	>=	0	0	0.6429	-9.8867	17.7867
16	C16	7.6229	>=	0	7.6229	0	-7.6229	7.6229
17	C17	3.24	>=	0	3.24	0	-3.24	3.24
18	C18	3.8114	>=	0	3.8114	0	-3.8114	3.8114
19	C19	1.62	>=	0	1.62	0	-1.62	1.62

تفسير نتايج بدست آمده

اعمال مقررات آئين‌نامه‌اي و ضوابط اجرائي به طور همزمان، در نتايج بدست آمده از مرحله دوم كه فقط مقررات آئين‌نامه‌اي اعمال شده بود تغييري ايجاد نكرد. از همين موضوع شايد بتوان اينگونه نتيجه گرفت كه اعمال مقررات آئين‌نامه‌اي، خود ارضاء كننده ضوابط اجرائي نيز خواهد بود.

تحليل حساسيت

ضرايب تابع هدف :

- همانطور كه در جدول شماره ١٤ ملاحظه مي‌شود محدودة موثر بودن مقادير بدست آمده براي ممانهاي پلاستيك نسبت به دو حالت اول و سوم بزرگ‌تر شده است.

محدوديت‌هاي ناشي از مكانيزمهاي با Slack = 0

- مثل حالت دوم، مكانيزم‌هاي موثر همان مكانيزم‌ها ١،٤ و١٢ مي‌باشند، با اين تفاوت كه محدودة موثر بودن اين مكانيزم‌ها كاهش يافته است. براي مثال محدودة موثر بودن مكانيزم ٤ در حالت دوم برابر با ٢٢/٣ تا ١٠٩/٦٧ بود ، در حاليكه در حالت اخير اين محدوده به ٢٢/٣ تا ٥٧/٢٥ كاهش يافته است و ...

محدوديت‌هاي ناشي از مكانيزمهاي با $Slack \neq 0$

- هيچ تغييري نسبت به حالت دوم در محدودة اين مكانيزم‌ها رخ نداده است.

محدوديت‌هاي ناشي از اعمال مقررات آئين‌نامه

اين مكانيزم‌هاي كه از شماره ۱۳ تا ۱۵ در جدول شماره ١٤ آمده‌اند بيانگر لزوم اعمال اين مقررات به نتايج بدست آمده مي‌باشند. آنچه در اينجا قابل ذكر است كاهش محدودة (حد بالائي) تأثير اين مكانيزم‌ها نسبت به حالتي است كه تنها ضوابط اجرائي در نظر گرفته شده است، به عبارت ديگر از يك حدي بالاتر ديگر ضوابط اجرائي مؤثر واقع خواهند شد.

محدوديت‌هاي ناشي از اعمال ضوابط اجرائي

با توجه به اينكه Slack در هيچيك از محدوديت‌هاي ١٦ تا ١٩ ، صفر نمي باشد مي‌توان اينگونه نتيجه گرفت كه اين ضوابط در نتايج بدست آمده مؤثر نبوده‌اند وليكن همانطور كه ديديم نقش آنها تنها در كوچك كردن محدودة موثر واقع شدن محدوديت‌هاي آئين‌نامه‌اي بود و به عبارت ديگر فقط زماني اين مكانيزم‌ها مؤثر قرار خواهند گرفت كه نيروها بقدري افزايش يابند كه محدوديت‌هاي آئين‌نامه‌اي نيز موثر واقع گردند.

- حالت پنجم : با فرض اينكه طول ستونهاي طبقه اول ۲ متر باشد (مدل ۵ – ۳)

حل مدل

DS

جدول شماره ۱۷

Linear Programming

	X1	X2	X3	X4	X5	X6		RHS	DUAL
Minimize	2	3	3	5	5	5			
Constraint 1	0	0	3	0	0	4	>=	12	-0.35143
Constraint 2	0	6	0	0	0	0	>=	21	0
Constraint 3	6	0	0	0	0	0	>=	18	0
Constraint 4	0	3	0	0	4	4	>=	33	-0.58571
Constraint 5	3	3	0	4	0	0	>=	39	0
Constraint 6	3	0	0	4	4	4	>=	51	0
Constraint 7	3	0	0	4	4	6	>=	56	0
Constraint 8	3	0	0	4	4	8	>=	58.5	0
Constraint 9	3	0	0	4	6	8	>=	68.5	0
Constraint 10	3	0	0	4	8	8	>=	81	0
Constraint 11	3	0	0	6	8	8	>=	96	0
Constraint 12	3	0	0	8	8	8	>=	116	-0.64286
Constraint 13	0	0	1	0	0	-2	>=	0	-1.94571
Constraint 14	0	1	0	0	-2	0	>=	0	-1.24286
Constraint 15	1	0	0	-2	0	0	>=	0	-0.07143
Constraint 16	1	-1	0	0	0	0	>=	0	0
Constraint 17	0	1	-1	0	0	0	>=	0	0
Constraint 18	0	0	0	1	-1	0	>=	0	0
Constraint 19	0	0	0	0	1	-1	>=	0	0
Solution->	11.97714	5.64	2.4	5.988572	2.82	1.2		$98.12	

Ranging (جدول شماره ۱۸)

Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
X1	11.97714	0	2	1.875	7.125
X2	5.64	0	3	7.14E-02	7.392858
X3	2.4	0	3	1.24E+00	Infinity

X4	5.988572	0	5	-2.250001	5.333333
X5	2.82	0	5	-0.8571429	9.142859
X6	1.2	0	5	1.485714	11.48571
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	-0.3514286	0	12	0	23.57143
Constraint 2	0	12.84	21	-Infinity	33.84
Constraint 3	0	53.86286	18	-Infinity	71.86285
Constraint 4	-0.5857143	0	33	22.3	53.16364
Constraint 5	0	37.80572	39	-Infinity	76.80572
Constraint 6	0	24.96571	51	-Infinity	75.96571
Constraint 7	0	22.36572	56	-Infinity	78.36571
Constraint 8	0	22.26572	58.5	-Infinity	80.76571
Constraint 9	0	17.90572	68.5	-Infinity	86.40572
Constraint 10	0	11.04572	81	-Infinity	92.04572
Constraint 11	0	8.022858	96	-Infinity	104.0229
Constraint 12	-0.6428572	0	116	106.64	-Infinity
Constraint 13	-1.945714	0	0	-3.857143	4
Constraint 14	-1.242857	0	0	-5.349999	5.400001
Constraint 15	-0.0714286	0	0	-11.09	14.78667
Constraint 16	0	6.337143	0	-Infinity	6.337143
Constraint 17	0	3.24	0	-Infinity	3.24
Constraint 18	0	3.168572	0	-Infinity	3.168571
Constraint 19	0	1.62	0	-Infinity	1.62

Solution List (جدول شماره ۱۹)

X1	Basic	11.97714
X2	Basic	5.64
X3	Basic	2.4
X4	Basic	5.988572
X5	Basic	2.82
X6	Basic	1.2
surplus 1	NONBasic	0
surplus 2	Basic	12.84
surplus 3	Basic	53.86286
surplus 4	NONBasic	0
surplus 5	Basic	37.80572
surplus 6	Basic	24.96571
surplus 7	Basic	22.36571
surplus 8	Basic	22.26571
surplus 9	Basic	17.90572
surplus 10	Basic	11.04572
surplus 11	Basic	8.022856
surplus 12	NONBasic	0
surplus 13	NONBasic	0
surplus 14	NONBasic	0
surplus 15	NONBasic	0
surplus 16	Basic	6.337143
surplus 17	Basic	3.24
surplus 18	Basic	3.168571
surplus 19	Basic	1.62
Optimal Value (Z)		98.117144

جدول شماره ٢٦ (حل مسئله توسط نرم افزار WinQsb)

Decision	Solution	Unit Cost or	Total	Reduced	Basis	Allowable	Allowable

	Variable	Value	Profit c(j)	Contribution	Cost	Status	Min. c(j)	Max. c(j)
1	X1	11.9771	2	23.9543	0	basic	1.875	7.125
2	X2	5.64	3	16.92	0	basic	0.0714	7.3929
3	X3	2.4	3	7.2	0	basic	1.2429	M
4	X4	5.9886	5	29.9429	0	basic	-2.25	5.3333
5	X5	2.82	5	14.1	0	basic	-0.8571	9.1429
6	X6	1.2	5	6	0	basic	1.4857	11.4857

Objective Function (Min.) =	98.1171

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	C1	12	>=	12	0	0.3514	0	23.5714
2	C2	33.84	>=	21	12.84	0	-33.84	33.84
3	C3	71.8629	>=	18	53.8629	0	-71.8629	71.8629
4	C4	33	>=	33	0	0.5857	22.3	53.1636
5	C5	76.8057	>=	39	37.8057	0	-76.8057	76.8057
6	C6	75.9657	>=	51	24.9657	0	-75.9657	75.9657
7	C7	78.3657	>=	56	22.3657	0	-78.3657	78.3657
8	C8	80.7657	>=	58.5	22.2657	0	-80.7657	80.7657
9	C9	86.4057	>=	68.5	17.9057	0	-86.4057	86.4057
10	C10	92.0457	>=	81	11.0457	0	-92.0457	92.0457
11	C11	104.0229	>=	96	8.0229	0	-104.023	104.0229
12	C12	116	>=	116	0	0.6429	106.64	M
13	C13	0	>=	0	0	1.9457	-3.8571	4
14	C14	0	>=	0	0	1.2429	-5.35	5.4
15	C15	0	>=	0	0	0.0714	-11.09	14.7867
16	C16	6.3371	>=	0	6.3371	0	-6.3371	6.3371
17	C17	3.24	>=	0	3.24	0	-3.24	3.24
18	C18	3.1686	>=	0	3.1686	0	-3.1686	3.1686
19	C19	1.62	>=	0	1.62	0	-1.62	1.62

تفسير نتايج بدست آمده

اگر ستونهاي طبقة اول به ۲ متر كاهش يابند، علاوه براينكه سازه در حدود ۱۶ درصد سبك‌تر مي‌گردد (تابع هدف از مقدار ۱۱۷/۱۷ به مقدار ۹۸/۱۲ كاهش مي‌يابد)، مقدار لنگر پلاستيك مورد نياز براي ستونها نيز از ۱۳/۲۶ به ۱۱/۹۷ كاهش مي‌يابد. همچنين لنگر پلاستيك مورد نياز تيرهاي طبقة اول نيز از ۶/۶۳ به ۵/۹۸ كاهش مي‌يابد. لازم به ذكر است از آنجا كه كاهش طول ستونها بسياري از معادلات مكانيزم‌ها را تحت تأثير قرار مي‌داد، معادلات مكانيزم‌ها مجدداً اصلاح شده و نتايج حاصل به صورت جداول ۱۷ و ۱۸ ارائه گشته است.

تحليل حساسيت

ضرايب تابع هدف :

- با توجه به كاهش طول ستونهاي طبقة اول، حداكثر طول تيرها در طبقات نيز كاهش يافته است.
- همانطور كه در جدول ۱۸ ديده مي‌شود تغيير طول ستونهاي طبقة اول هيچ تأثيري در محدودة بالا و پائين آن نداشته است وليكن در حدود بالا و پائين اندازة ستونهاي طبقات ديگر مؤثر واقع شده و آنها را تغيير داده است.

محدوديت‌هاي ناشي از مكانيزمهاي با Slack = 0

- هيچيك از مكانيزم‌هاي بحراني نسبت به حالت قبل تغيير نكرده‌اند و اين با پيش‌بيني ما كه اگر اندازه ستونها يا تيرها را در محدودة بالا و پائين‌شان تغيير دهيم منجر به تغيير مكانيزم‌هاي بحراني نخواهد شد صدق مي‌كند.

محدوديت‌هاي ناشي از مكانيزمهاي با $Slack \neq 0$

- در كليه موارد حد بالا كاهش يافته است، به عبارت ديگر سازه حساس‌تر شده است و به معناي ديگر، با كاهش ارتفاع و ابعاد ستون در طبقة اول حد بالاي مقاومت سازه كاهش يافته است.

نتيجه‌گيري نهائي

۱) در اين سازه بخصوص، اعمال مقررات آئين‌نامه‌اي تقريباً منجر به ۲۵% افزيش وزن سازه مي‌گردد، اين موضوع مـي‌توانـد بيـانگر لـزوم بررسي دقيق‌تر مقررات آئين‌نامه‌اي باشد، چرا كه اعمال ضوابط و مقرراتي كه پايه و مبناي صحيحي نداشته باشند منجر به هزينه‌هـاي گزافي در ساخت و ساز مي‌شود.
۲) در صورت اعمال مقررات آئين‌نامه‌اي، جواب‌هاي حاصل، ارضاء كننده ضوابط اجرائي نيز خواهند بود و نيازي به در نظر گرفتن آنها بـه طور جداگانه نمي‌باشد.
۳) اعمال مقررات آئين‌نامه‌اي در طبقات بالاتر بيشتر لازم است تا طبقات پائين‌تر.

ضميمه :

براي اطلاع بيشتر علاقه مندان بحث علمي اين پژوهش به سوالاتي بطور خلاصه پرداخته مي شود.

سوال ۱ - آيا نيروهاي جانبي هر طبقه با وزن ناشي از بارهاي ثقلي و جانبي آن طبقه نسبتي دارد؟

نيروهاي زلزله ناشي از وزن سازه مي باشند. به عبات ديگر هرچه سازه سنگين تر باشد براساس براسـاس قـانون اول نيـوتن كـه F=ma نيـروي وارده به آن كه ناشي از اينرسي ماند آن مي باشد بيشتر خواهد بود. باتوجه به اين مطلب، نيروهاي زلزله در كليه آيين نامه ها براسـاس درصـدي از وزن سازه درنظر گرفته مي شوند. از آنجا كه نيروي زلزله به پاي ساختمان وارد مي شود، آن را برش پايه مي نامند و به صـورت زيـر محاسـبه مي گردد :

$$V = C.W \quad \text{برش پايه} \qquad \text{و} \qquad C = 0.1$$

(C: ضريب زلزله ، W: وزن ساده)

ارتباط وزن سازه و نيروهاي جانبي ناشي از زلزله را در رابطه فوق نيز مي توان مشاهده كرد. برش پايه بدست آمده در بـالا را بـه نـسبت وزن و ارتفاع هريك از طبقات، (در طبقات) توزيع مي‌كنند، به عبارت ديگر :

$$Fi = \frac{Wihi}{\sum Wihi} \times V \quad \text{نيروي جانبي طبقه i}$$

همانطور كه ملاحظه مي گردد نيروي جانبي وارد بر هر طبقه ناشي از همان بارهاي ثقلي(مرده + زنده) وارد بر آن طبقه مي باشـد. بـه عبـارت ديگر P و P' نداريم ، بلكه هر دو به هم وابسته‌اند و آنهم با ضرايبشان نشان داده شده است.

سوال ۲ - در روش هاي متداول و آكادميك، محاسبات طرح پلاستيك سازه ها چگونه صورت مي گيرد ؟

درابتدا سازه را صرفاً برمبناي بارهاي ثقلي (مرده+زنده) طراحي مي‌كنند تا حدس اوليه اي براي مقاطع بدست آيد. سپس با اين مقاطع اوليه و بارهاي ثقلي (مرده + زنده) و جانبي (زلزله)، محاسبات طرح پلاستيك سازه‌ها صورت مي‌گيرد. بدين‌ترتيب كه ضريب باري به اسم λ براي كليه بارهاي ثقلي و جانبي انتخاب نموده، سپس كليه مكانيزم هاي خرابي و معادلات كار مربوط به آنها را مي نويسند.

كار داخلي ناشي از لنگرهاي پلاستيك درمفاصل پلاستيك = كارخارجي ناشي ازنيروهاي ثقلي و جانبي

(دوران مفاصل) × (لنگر پلاستيك مقاطع) = (تغيير مكان گره ها) × (نيروهاي ثقلي و جانبي)= λ

معلـــوم معلـــوم = مجهـــول

سپس براي هريك از مكانيزم هاي اصلي با حل معادله فوق ضريب بار را محاسبه مي كنند. ادامه عمليات بـا مكـانيزمي صـورت مـي گيـرد كـه ضريب بار كمتري را حاصل كند. سپس با تركيب مكانيزمها با اين مكانيزم، عمليات به گونه‌اي ادامه داده مي شود كه در هـر مرحلـه ضـريب بـار كوچكتري حاصل گردد. كمترين ضريب بار بدست آمده، نزديكترين ضريب بار فرو ريختگي مي‌باشد. (باتوجه به نظريه كرانه بالايي)
با رسم نمودار لنگر خمش مربوطه، صحت مكانيزم بدست آمده كنترل مي شود. اگر نمودار لنگـر خمـشي، شـرايط تعـال، مكـانيزم و تـسليم را برآورده سازد، مكانيزم مذكور، مكانيزم فروريختگي واقعي قاب است و ضريب بار مربوطه مساوي ضريب بار فروريختگي است.
سپس مقدار λ و تمام لنگرهاي خمش را به يك نسبت كاهش مي دهيم تا اينكه تمام لنگرهاي خمشي مساوي لنگر پلاسـتيك مربوطـه شـود. لنگرهاي خمشي حاصل، ملاك طراحي سازه قرار مي‌گيرند.

سوال ۳ - ضريب بار فروريختگي به چه معناست ؟

فرض كنيد ضريب بار فرريختگي برابر ۲ حاصل شده باشد. اين بدان معناست كه نيروهاي ثقلي و جانبي مي بايستي۲ برابـر شـوند تـا مكـانيزم فروريختگي صورت گيرد. به عبارت ديگر، مقاطع موجود دو برابر نياز واقعي مي باشند و مي تـوان مقـاطع موجـود را نـصف نمـود. بـدين ترتيـب مقاطعي حاصل مي گردد كه با نيروهاي ثقلي و جانبي در تعادل بوده و مكانيزم فروريختگي مورد نظر نيز صورت مي گيرد.

سوال ٤ - چرا مي بايستي كوچكترين ضريب بار فروريختگي را بدست آوريم ؟

تصور كنيد سازه اي را كه بارهاي ثقلي و جانبي را برروي آن قرار داده ايم. درصورتي كه بارهاي وارده را آهسته آهسته و به يك نسبت افـزايش دهيم، در نهايت به بارهايي مي رسيم كه سازه را در آستانه فروريختن قرار مي دهد. بعد از اين لحظه، با افزايش بار، سـازه فـرو خواهـد ريخـت و افزايش بارها سودي نخواهد داشت.
پس ملاحظه مي گردد كه مي بايستي كمترين بارهايي كه منجر به تخريب سازه مي گردد بدسـت آورد. در آن صـورت ضـريب بـار گـسيختگي عبارتست از

$$\text{ضريب بار فروريختگي } \lambda = \frac{\text{بارهاي وارده در آستانه فروريختن}}{\text{بارهاي اوليه}}$$

هر چه بار فروريختگي كمتر باشد λ حاصله نيز كمتر خواهد بود، به اين دليل ما عمليات را بگونه اي دنبال مي كنيم كه ضريب بار فروريختگي كوچكتري حاصل گردد.